

Преобразования графиков функций. ОГЭ 9 класс.

Карнаухова Лилия Николаевна.

МАОУ гимназия №1 города Тюмени.

Функция.

Если даны числовое множество X и правило f , позволяющее поставить в соответствие каждому элементу x из множества X определенное число y , то говорят, что *задана функция $y = f(x)$ с областью определения X ; $y = f(x)$, $x \in X$*

При этом x называют *независимой переменной* или *аргументом*, а переменную y – *зависимой переменной*.

$D(f)$ – область определения функции

$E(f)$ – область значений функции

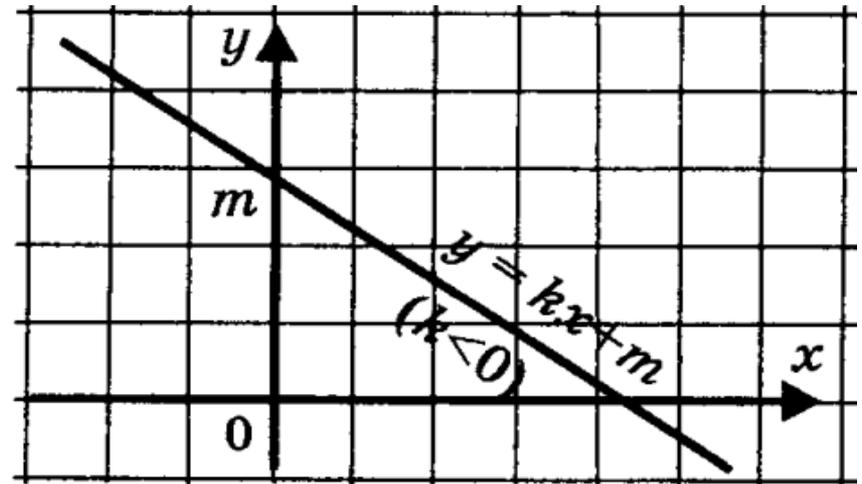
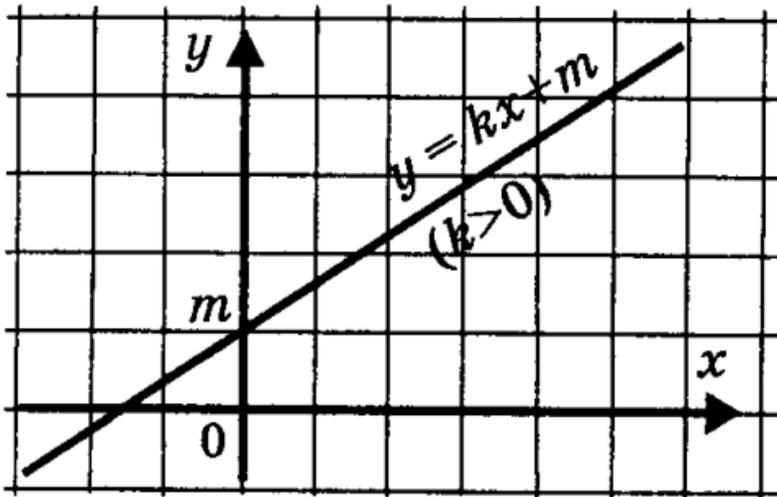
График функции.

Если дана функция $y = f(x)$, $x \in X$ и на координатной плоскости XOY отмечены все точки вида (x, y) , где $x \in X$, а $y = f(x)$, то множество этих точек называют **графиком функции $y = f(x)$, $x \in X$.**

Графики некоторых функций

Линейная функция: $y = kx + m$.

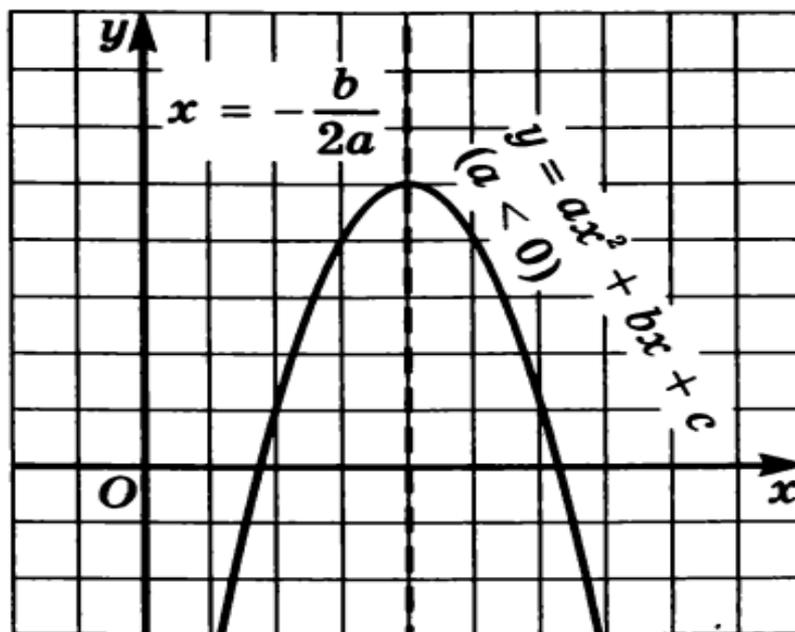
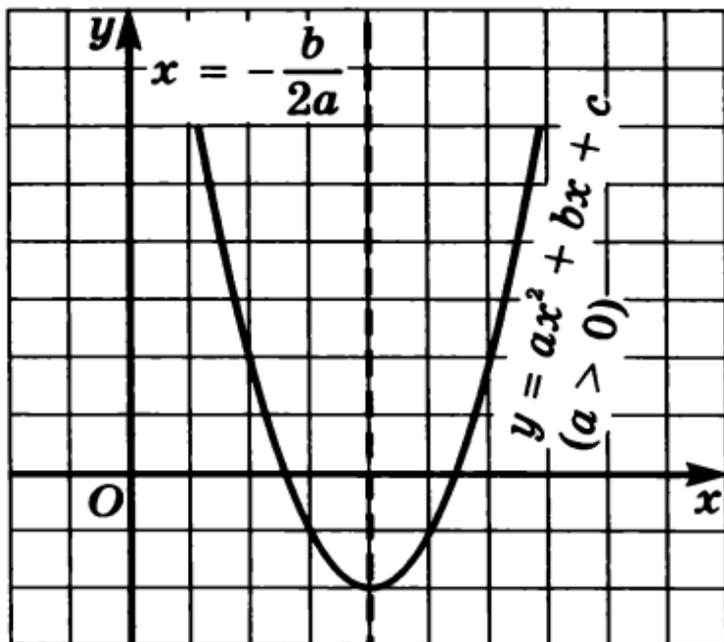
График – прямая.



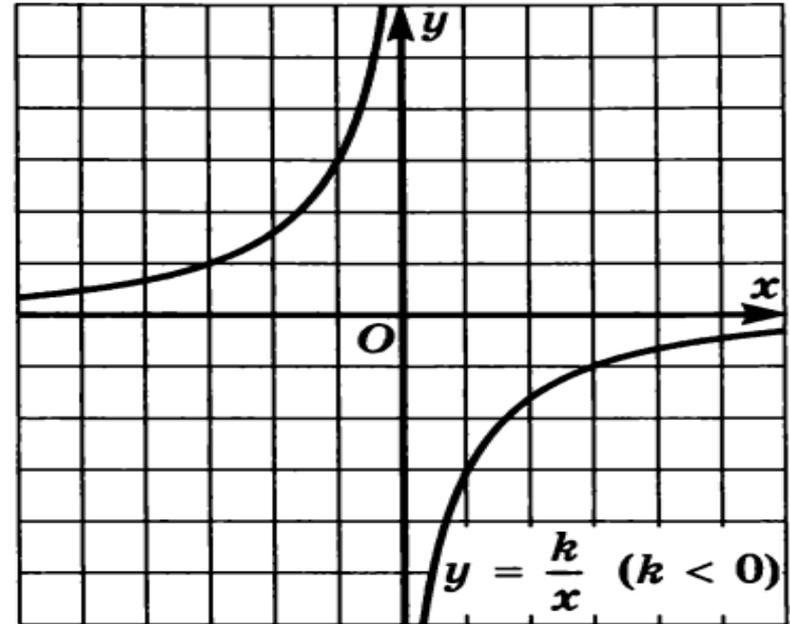
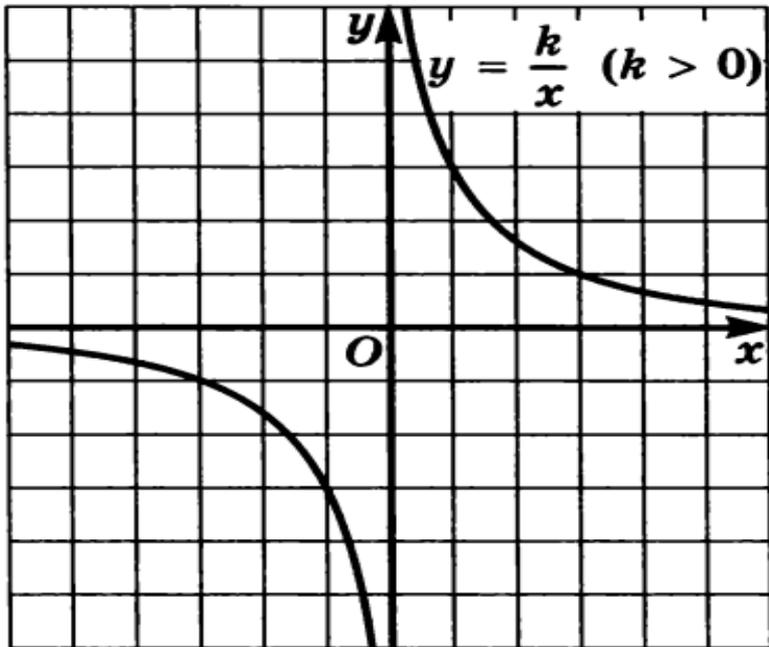
Квадратичная функция

$$y = ax^2 + bx + c$$

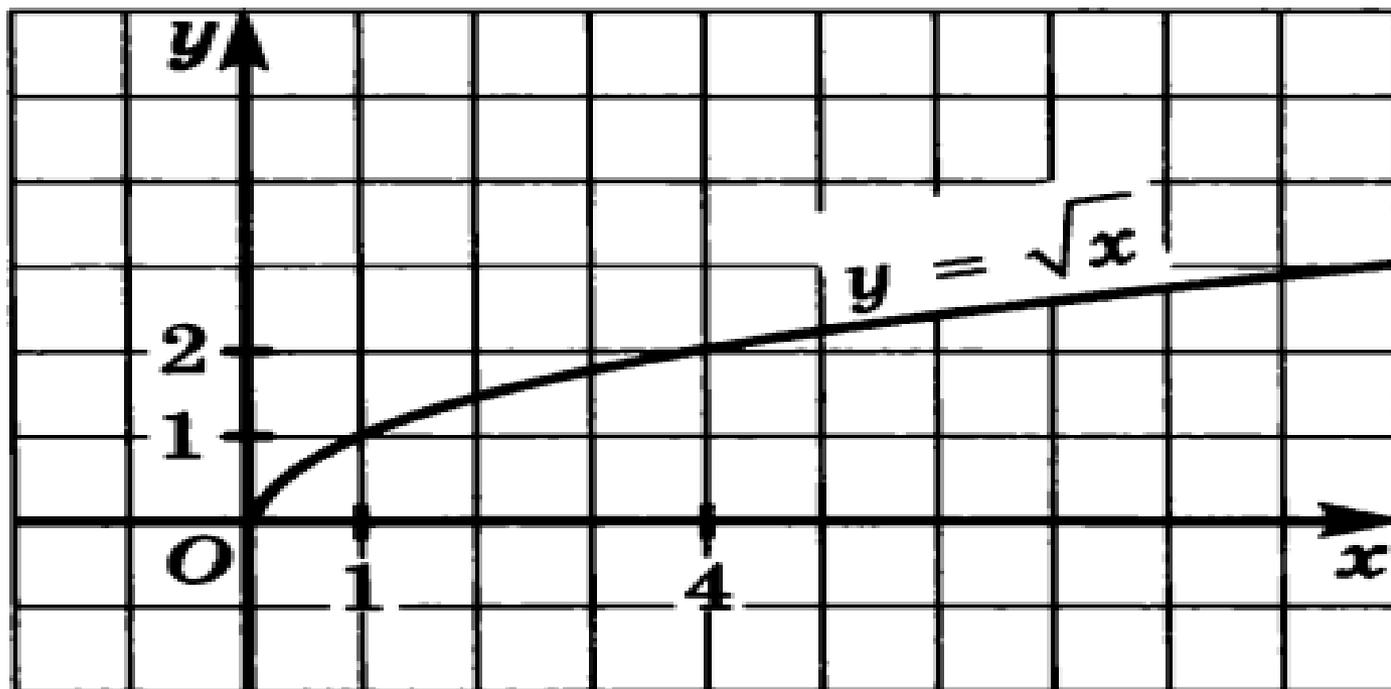
График - парабола.



Функция $y = \frac{k}{x}$
График – гипербола.

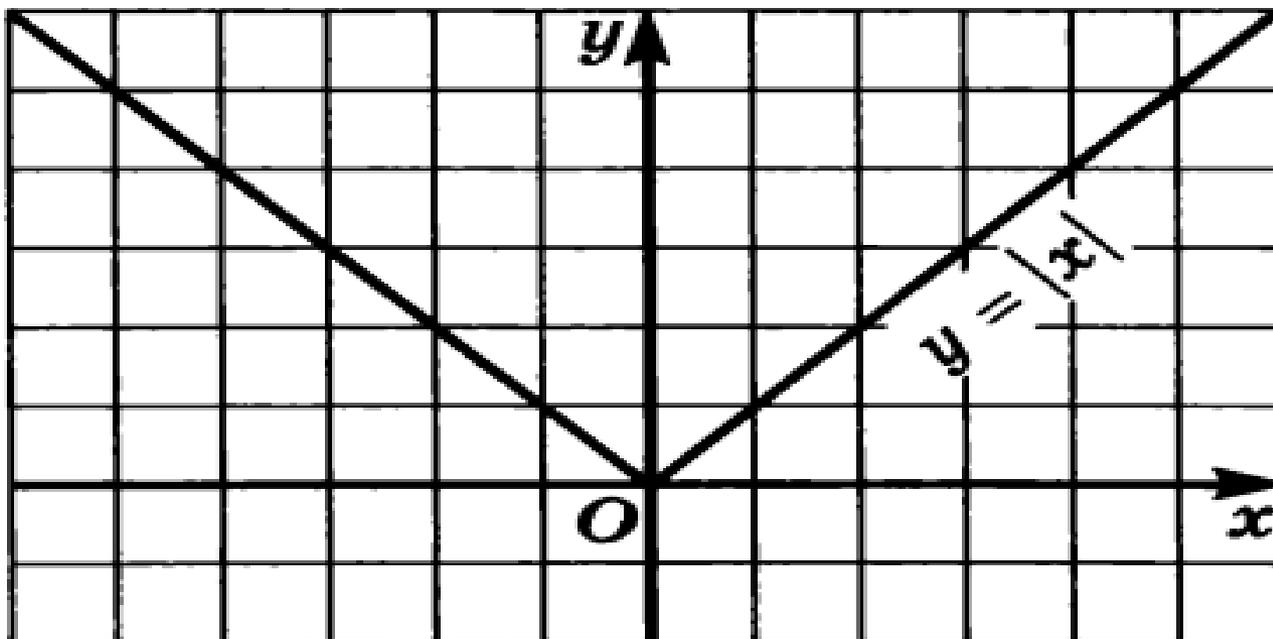


Функция $y = \sqrt{x}$

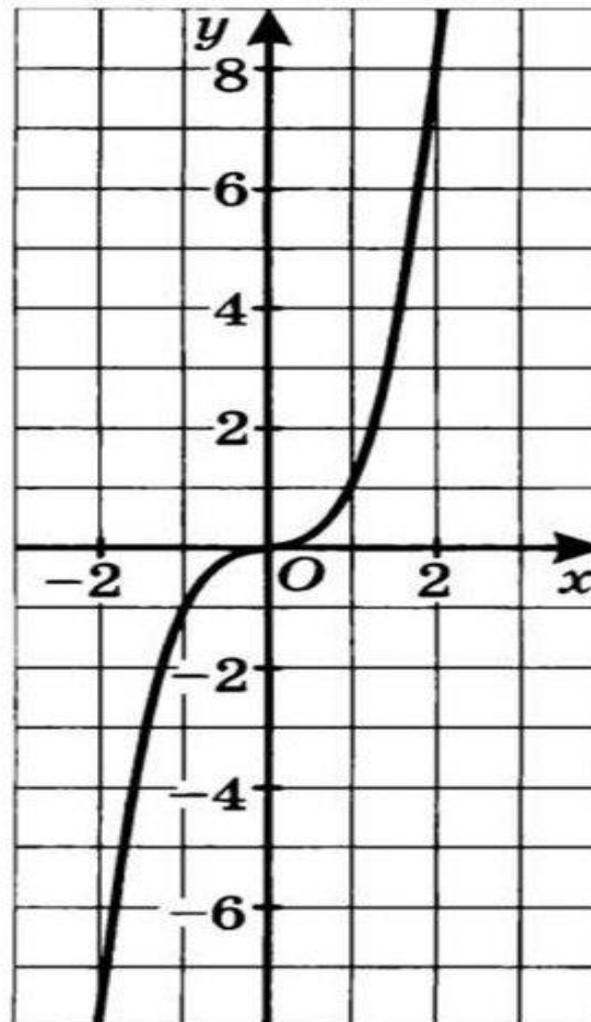


Функция

$$y = |x|$$



Функция $y = x^3$

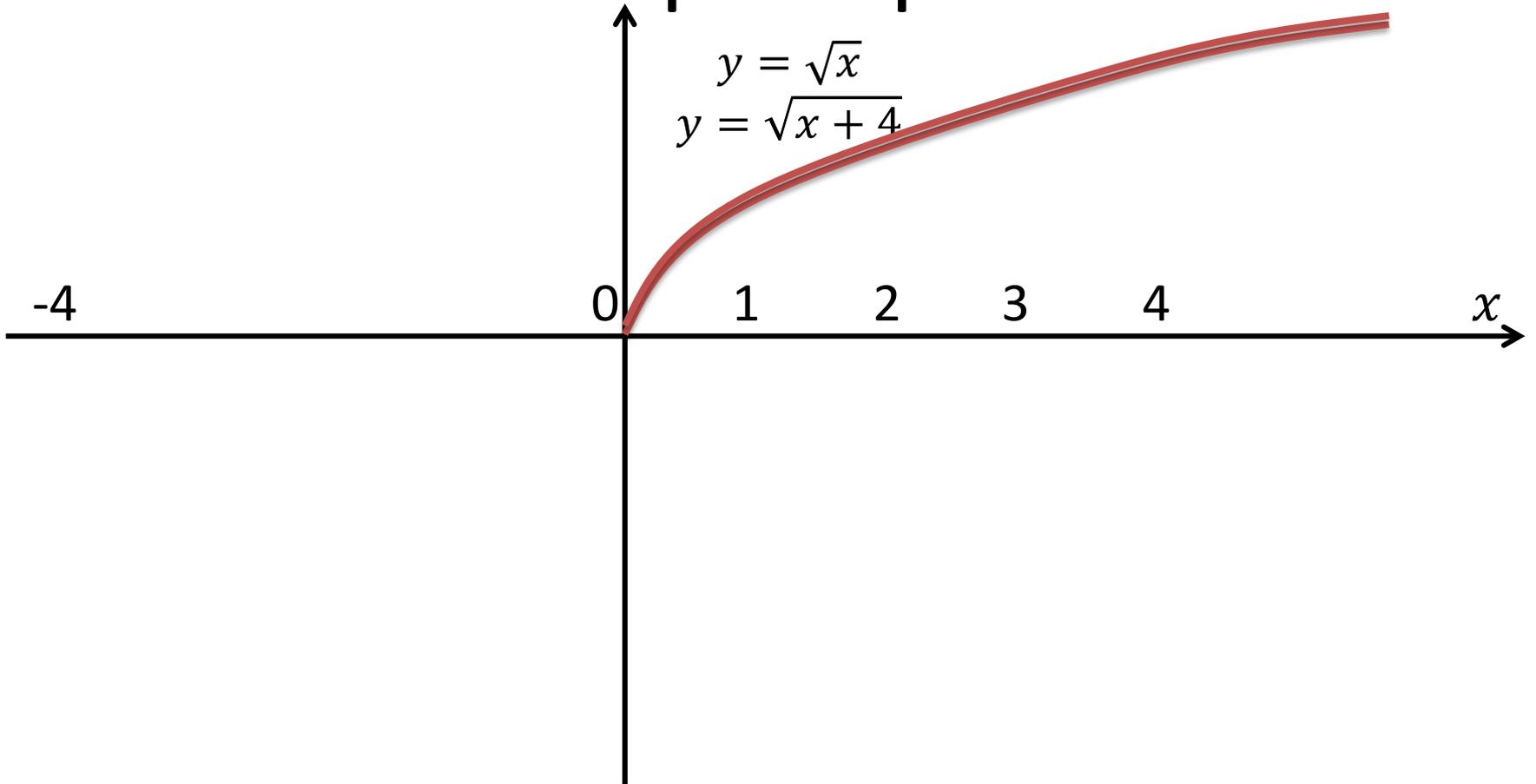


Алгоритм построения графика функции $y = f(x+l)+m$.

1 способ	2 способ
1. Построить график функции $y = f(x)$.	1. Перейти к вспомогательной системе координат, проведя пунктиром вспомогательные прямые $x = -l, y = m$
2. Осуществить параллельный перенос графика $y = f(x)$ вдоль оси x на $ l $ единиц масштаба влево, если $l > 0$, и вправо, если $l < 0$.	Выбрав в качестве начала новой системы координат точку $(-l; m)$.
3. Осуществить параллельный перенос полученного на втором шаге графика вдоль оси y на $ m $ единиц масштаба вверх, если $m > 0$, и вниз, если $m < 0$.	2. К новой системе координат привязать график функции $y = f(x)$.

Пример

$$y = \sqrt{x}$$
$$y = \sqrt{x + 4}$$



2 способ.

$$y = -3x^2 - 6x + 1$$

1. Построим график функции $y = -3x^2$ в новой системе координат, где начало координат будет совпадать с координатами вершины параболы

$$y = -3x^2 - 6x + 1$$

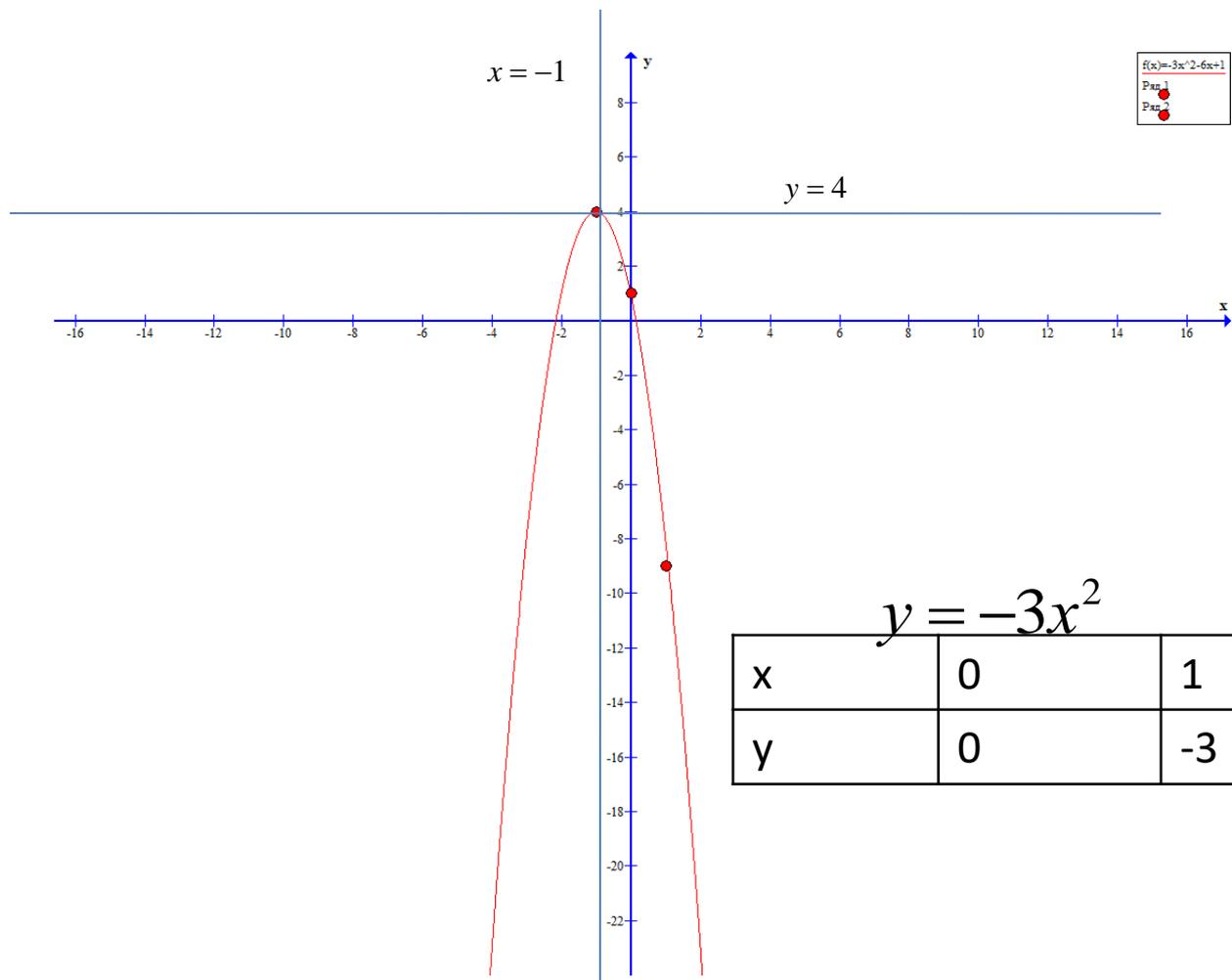
2. Найдем координаты вершины параболы по формуле $x_в = \frac{-b}{2a}$ $y_в = y(x_в)$

$$x_в = \frac{-b}{a} = -1 \quad y_в = y(x_в) = 4$$

3. Отметим точку $(-1;4)$ на координатной плоскости и проведем через нее вспомогательные прямые $x = -1$ и $y = 4$
4. Найдем некоторые точки графика функции $y = -3x^2$

x	0	1	2
y	0	-3	-12

2 способ. $y = -3x^2 - 6x + 1$



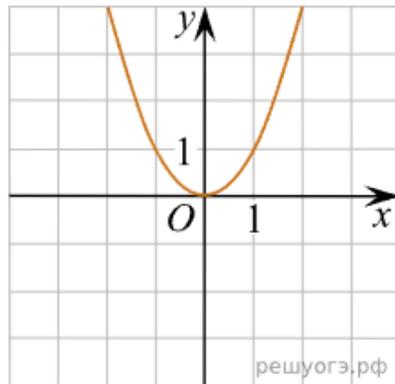
Задания ОГЭ 1 части

Установите соответствие между графиками функций и формулами, которые их задают.

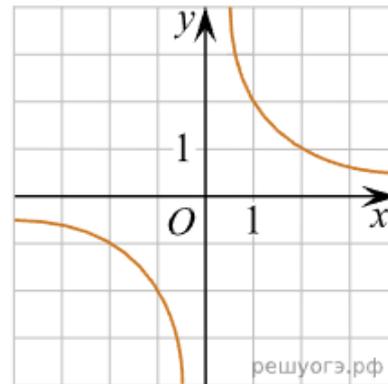
ФУНКЦИИ

1) $y = x^2$ 2) $y = \frac{x}{2}$ 3) $y = \sqrt{x}$ 4) $y = \frac{2}{x}$

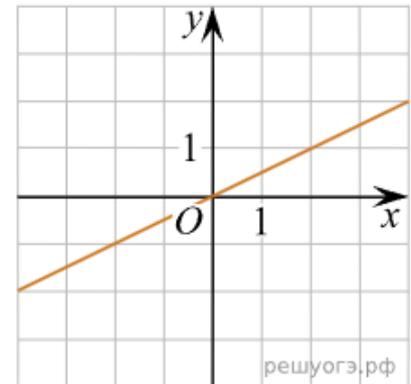
ГРАФИКИ



A)



Б)



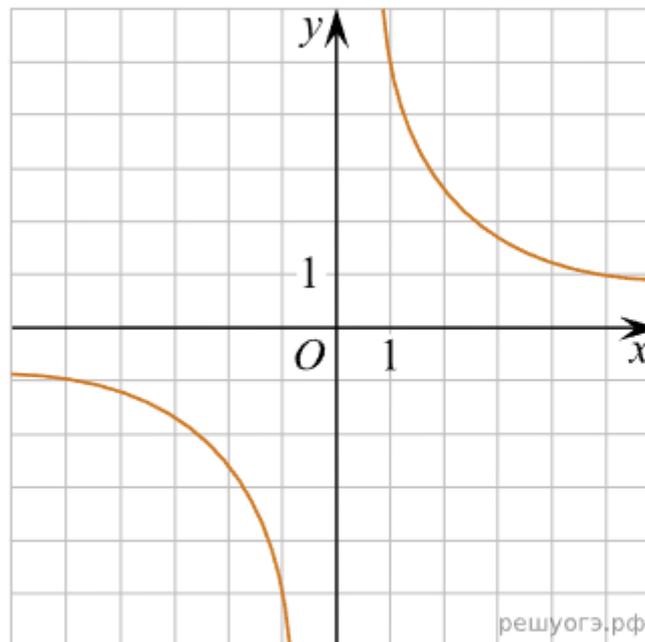
В)

Ответ укажите в виде последовательности цифр без пробелов и запятых в указанном порядке.

А	Б	В
oge.sdangia.ru		

Задания ОГЭ 1 части

График какой из приведенных ниже функций изображен на рисунке?



1) $y = -\frac{5}{x}$

2) $y = -\frac{1}{5x}$

3) $y = \frac{5}{x}$

4) $y = \frac{1}{5x}$

Ответ: 3.

Задания ОГЭ 1 части

Установите соответствие между функциями и их графиками.

ФУНКЦИИ

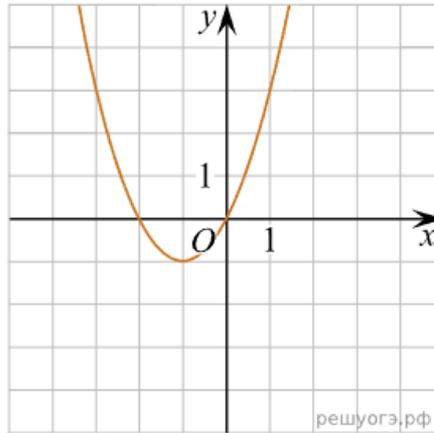
А) $y = x^2 - 2x$

Б) $y = x^2 + 2x$

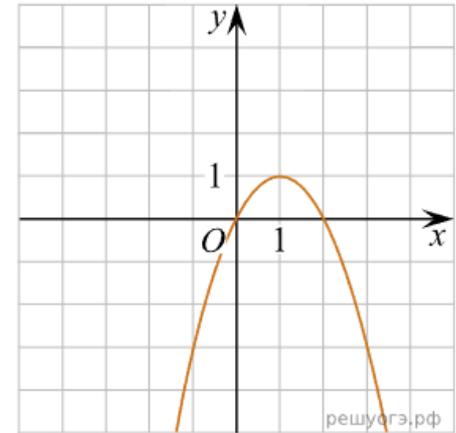
В) $y = -x^2 - 2x$

ГРАФИКИ

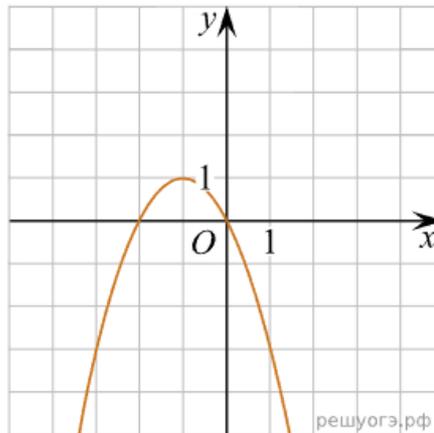
1)



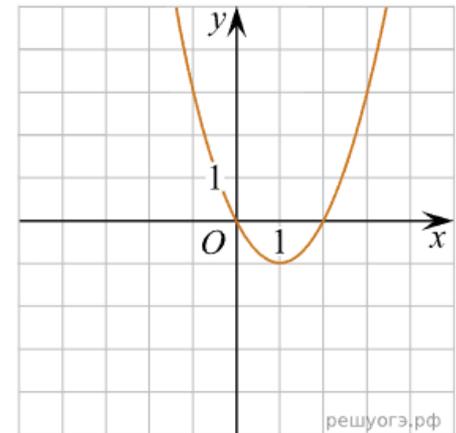
2)



3)



4)

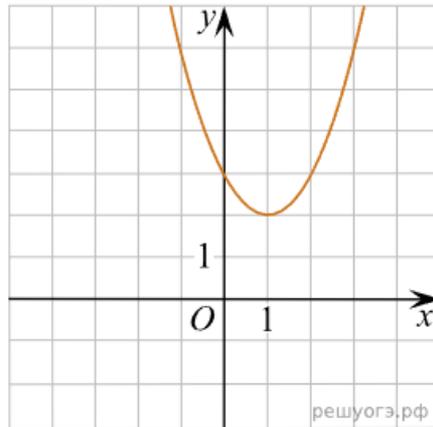


Ответ: 413.

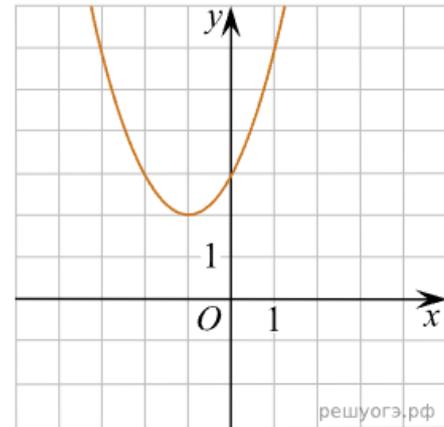
Задания ОГЭ 1 части

На одном из рисунков изображен график функции $y = x^2 - 2x + 3$. Укажите номер этого рисунка.

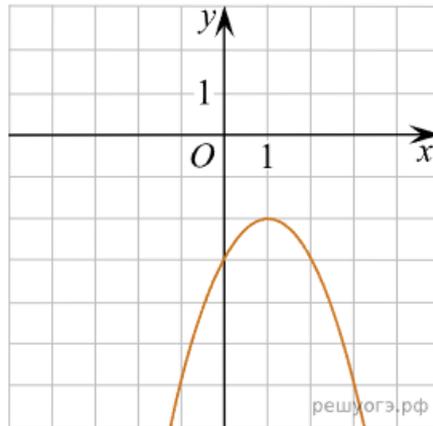
1)



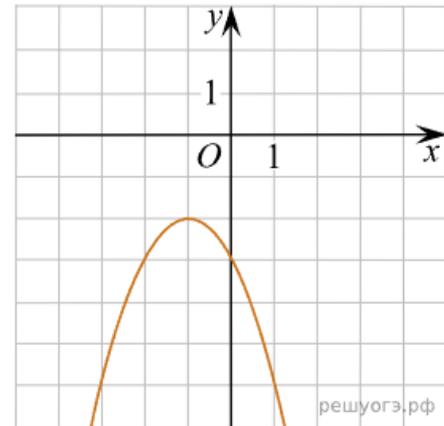
2)



3)



4)



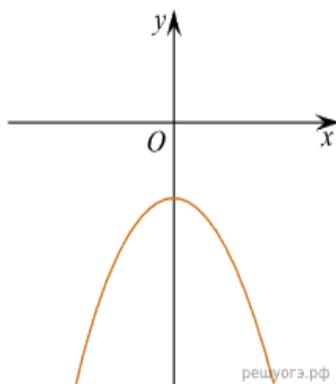
Правильный вариант ответа указан под номером 1.

Задания ОГЭ 1 части

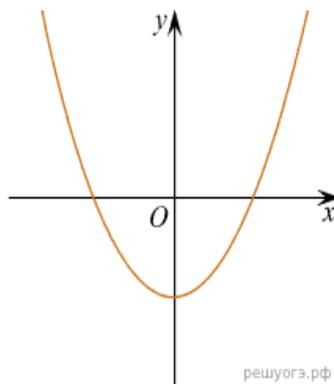
На рисунке изображены графики функций вида $y = ax^2 + c$. Установите соответствие между графиками и знаками коэффициентов a и c .

ГРАФИКИ

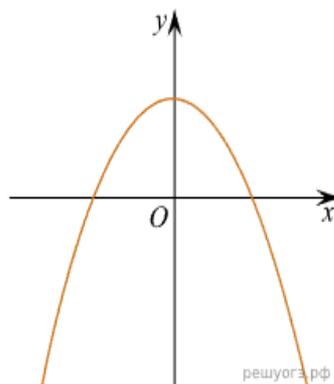
А)



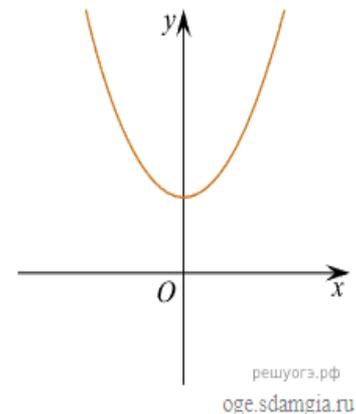
Б)



В)



Г)



ЗНАКИ КОЭФФИЦИЕНТОВ

1) $a > 0, c < 0$

2) $a < 0, c > 0$

3) $a > 0, c > 0$

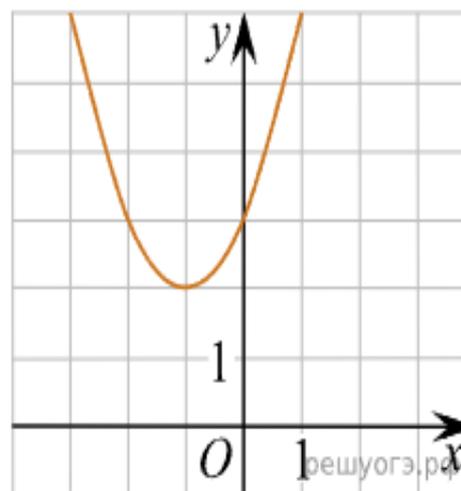
4) $a < 0, c < 0$ oge.sdangia.ru

Запишите в ответ цифры, расположив их в порядке, соответствующем буквам:

А	Б	В	Г
			<small>oge.sdangia.ru</small>

Задания ОГЭ 1 части

Найдите значение a по графику функции $y = ax^2 + bx + c$, изображенному на рисунке.



1) -1

2) 1

3) 2

4) 3

Ответ: 2.

Задания ОГЭ 1 части

Найдите значение a по графику функции $y = ax^2 + bx + c$, изображенному на рисунке.



1) -1

2) 1

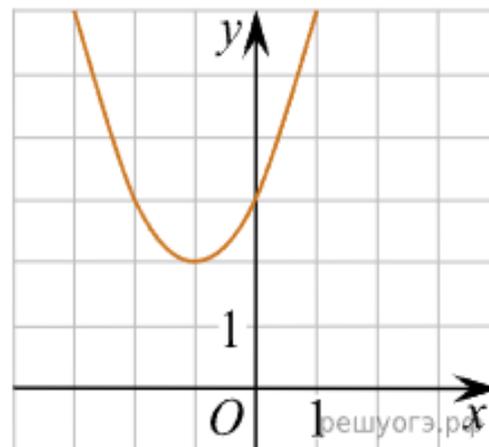
3) 2

4) 3

Ответ: 2.

Задания ОГЭ 1 части

Найдите значение b по графику функции $y = ax^2 + bx + c$, изображенному на рисунке.



1) -2

2) 1

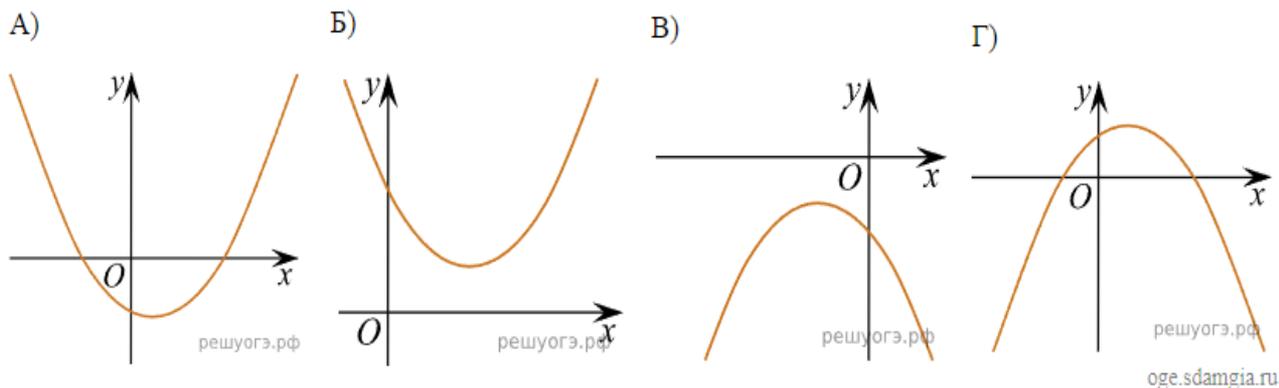
3) 2

4) 3

Задания ОГЭ 1 части

На рисунке изображены графики функций вида $y = ax^2 + bx + c$. Для каждого графика укажите соответствующее ему значения коэффициента a и дискриминанта D .

Графики



Знаки чисел

1) $a > 0, D > 0$

2) $a > 0, D < 0$

3) $a < 0, D > 0$

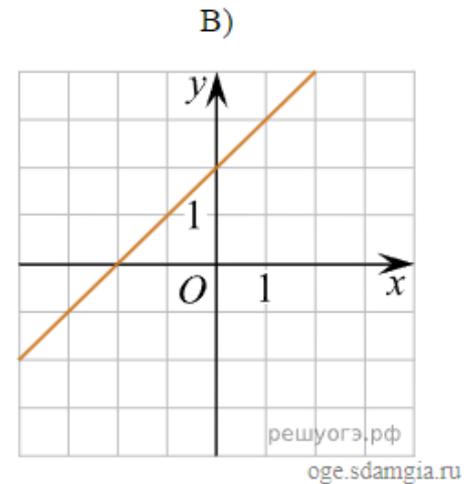
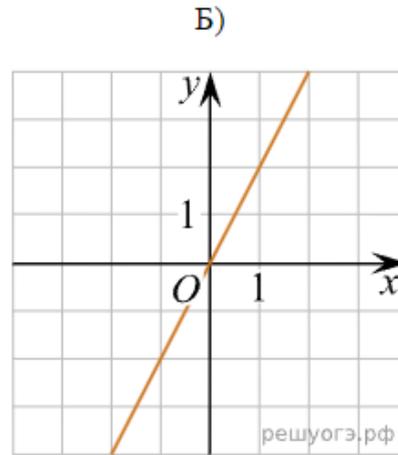
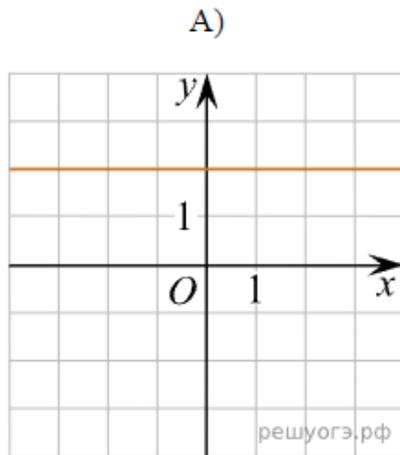
4) $a < 0, D \leq 0$ oge.sdangia.ru

Запишите в ответ цифры, расположив их в порядке, соответствующем буквам:

А	Б	В	Г
			<small>oge.sdangia.ru</small>

Задания ОГЭ 1 части

Установите соответствие между графиками функций и формулами, которые их задают.



- 1) $y = 2x$
- 2) $y = -2x$
- 3) $y = x + 2$
- 4) $y = 2$

Ответ укажите в виде последовательности цифр без пробелов и запятых в указанном порядке.

А	Б	В
oge.sdangia.ru		

Задания ОГЭ 1 части

Установите соответствие между функциями и их графиками.

Функции

A) $y = -2x + 4$

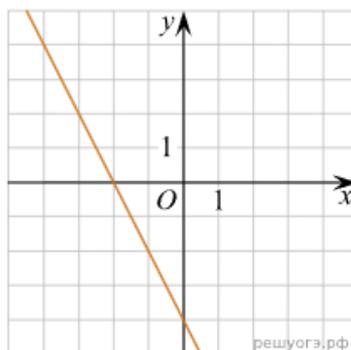
Б) $y = 2x - 4$

В) $y = 2x + 4$

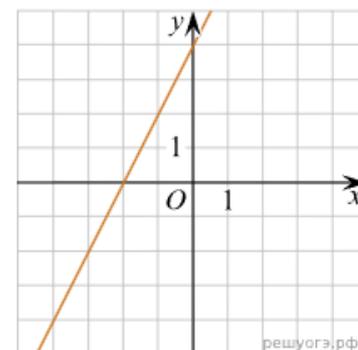
oge.sdangia.ru

Графики

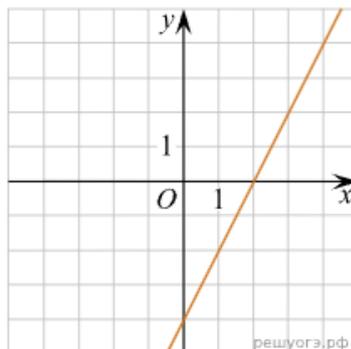
1)



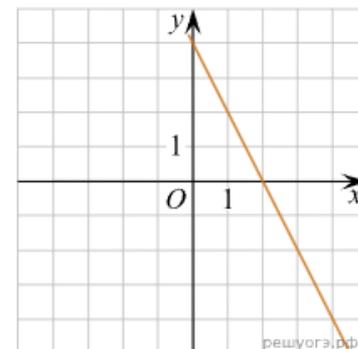
2)



3)



4)



oge.sdangia.ru

Ответ: 432.

Задания ОГЭ 1 части

Установите соответствие между функциями и их графиками.

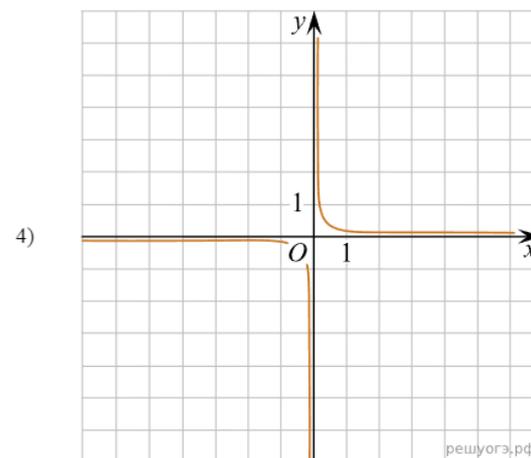
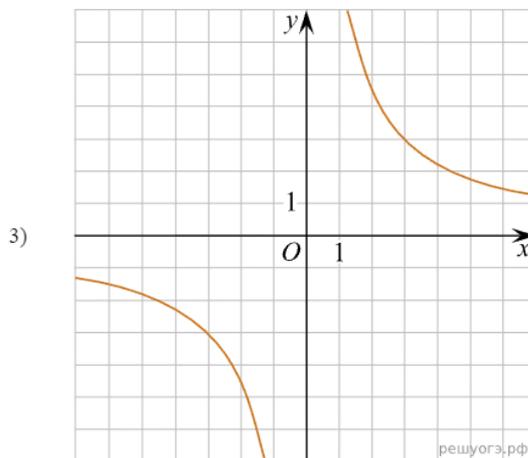
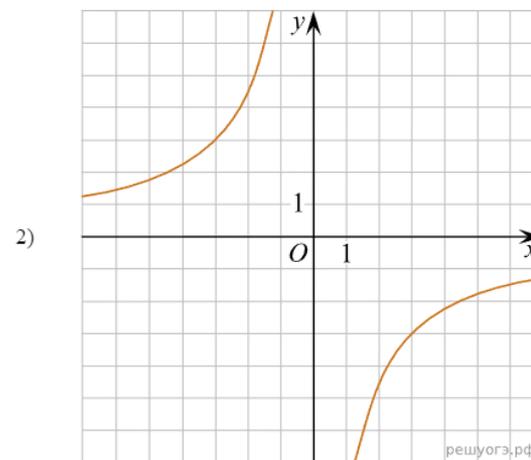
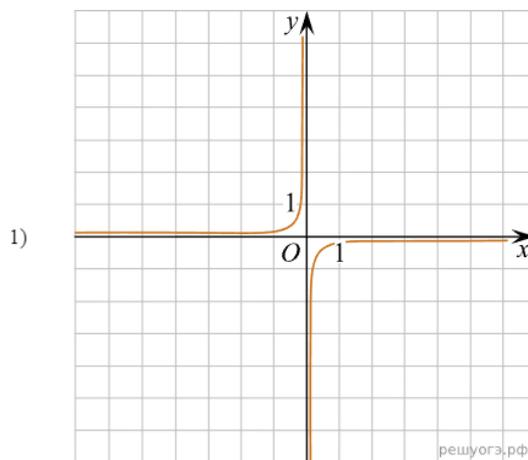
Функции

А) $y = \frac{1}{9x}$

Б) $y = \frac{9}{x}$

В) $y = -\frac{9}{x}$

Графики



Ответ: 432.

Постройте график функции $y = -2 - \frac{x^4 - x^3}{x^2 - x}$

и определите, при каких значениях прямая $y = m$ имеет с графиком ровно две общие точки.

- **Решение.** Упростим выражение:

$$y = -2 - \frac{x^4 - x^3}{x^2 - x} = -2 - \frac{x^3(x-1)}{x(x-1)} = -2 - x^2 = -x^2 - 2$$

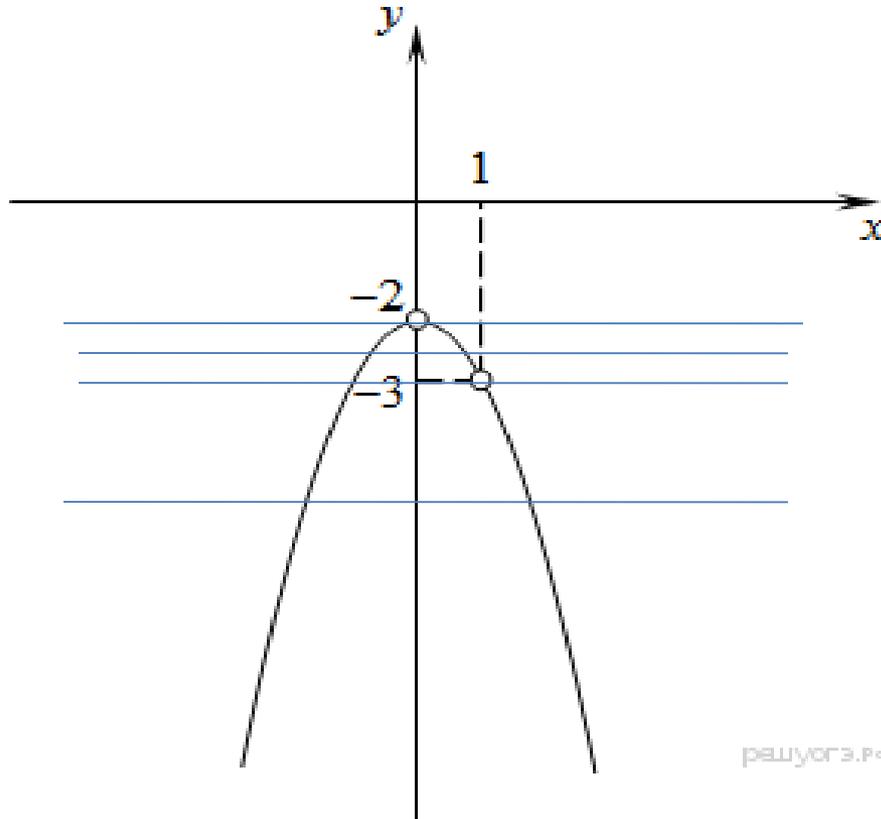
Сокращение дроби мы выполнили с учетом $x(x-1) \neq 0$, т.е. $x \neq 0, x \neq 1$

Подставим в функцию данные значения и получим: $y(0) = -2, y(1) = -3$

- Т.е. точки $(0; -2)$ и $(1; -3)$ - выколотые.
- Построим график функции $y = -x^2 - 2$ с помощью смещения графика функции $y = -x^2$ на 2 единицы вниз.

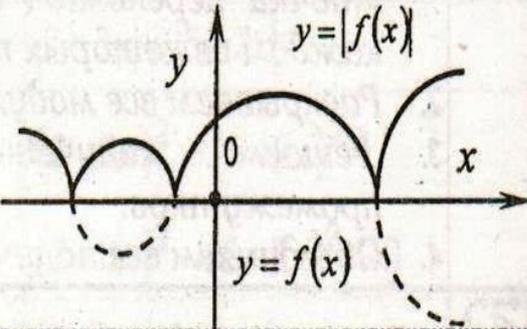
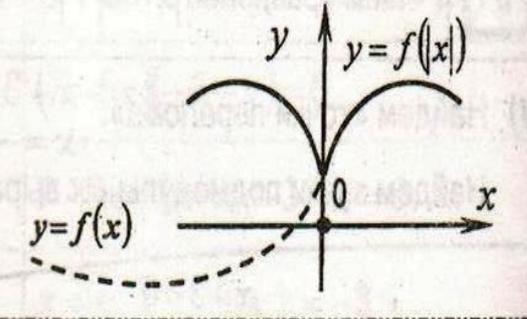
Постройте график функции $y = -2 - \frac{x^4 - x^3}{x^2 - x}$

и определите, при каких значениях прямая $y = m$ имеет с графиком ровно две общие точки.



Из графика видно, что прямая $y = m$ имеет с графиком функции ровно две общие точки при m принадлежащем промежутку $(-\infty; -3) \cup (-3; 2)$

Правила преобразования графиков функции, содержащих модуль.

	Функция	Правило преобразования графика функции $y = f(x)$	Графическая иллюстрация правила
Правило 1	$y = f(x) $ $y = \begin{cases} f(x), & f(x) \geq 0 \\ -f(x), & f(x) < 0 \end{cases}$	<ol style="list-style-type: none"> 1) Строим график функции $y = f(x)$; 2) Часть графика, лежащую выше оси Ox, оставляем без изменения; 3) Часть графика, лежащую ниже оси Ox, симметрично отражаем относительно оси Ox. 	
Правило 2	$y = f(x)$ $y = \begin{cases} f(x), & x \geq 0 \\ -f(x), & x < 0 \end{cases}$	<ol style="list-style-type: none"> 1) Строим график функции $y = f(x)$; 2) Часть графика, лежащую в левой полуплоскости, отбрасываем; 3) Часть графика, лежащую в правой полуплоскости, симметрично отражаем относительно Oy. 	

Построить график функции $y = |(x+1)^2 - 4|$

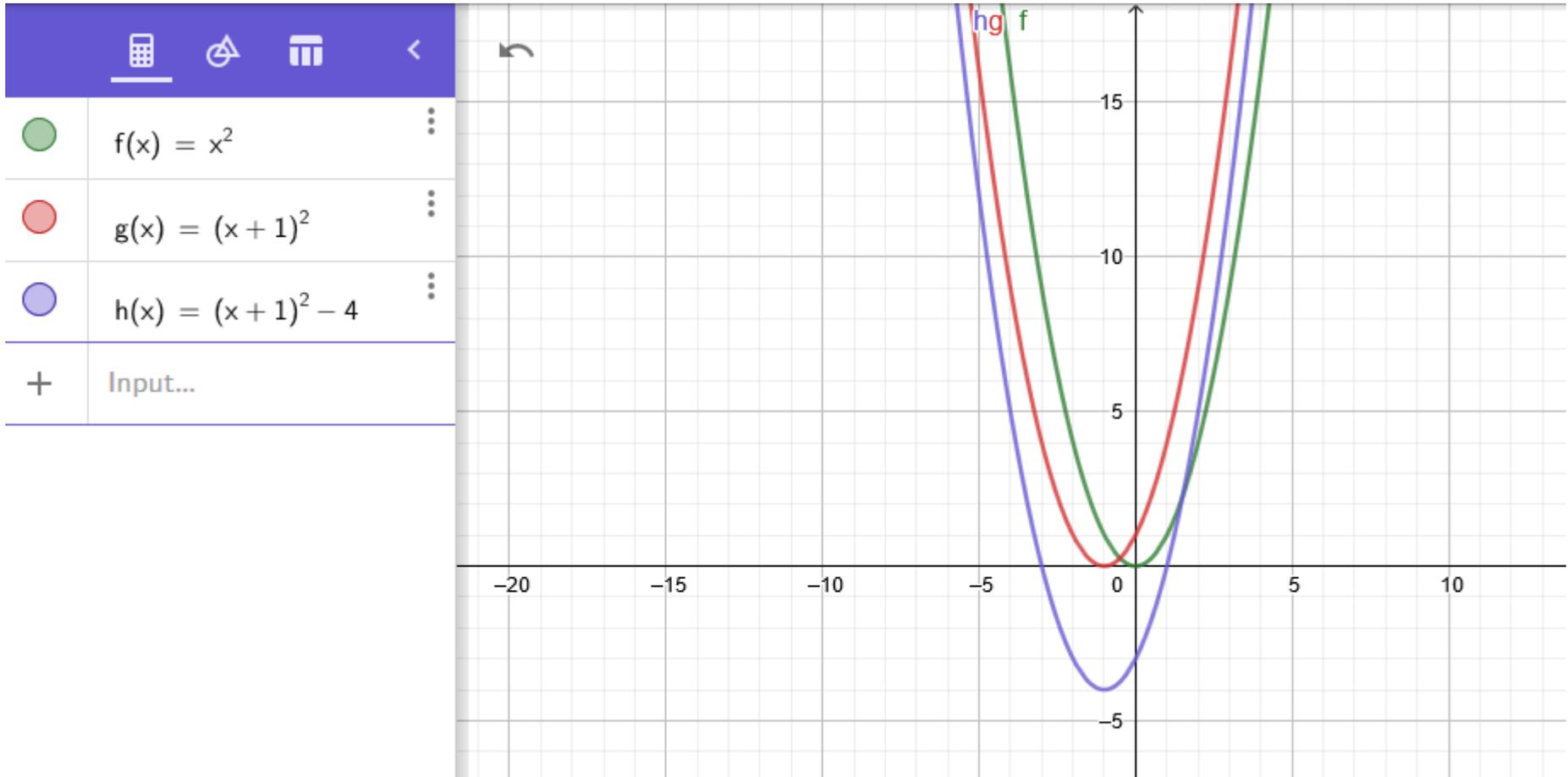
1. Строим график функции $y = (x+1)^2 - 4$

- Построим график функции $y = x^2$
- Сместим его на 1 масштабную единицу влево по оси ОХ
- Осуществим сдвиг на 4 единицы вниз по оси ОУ

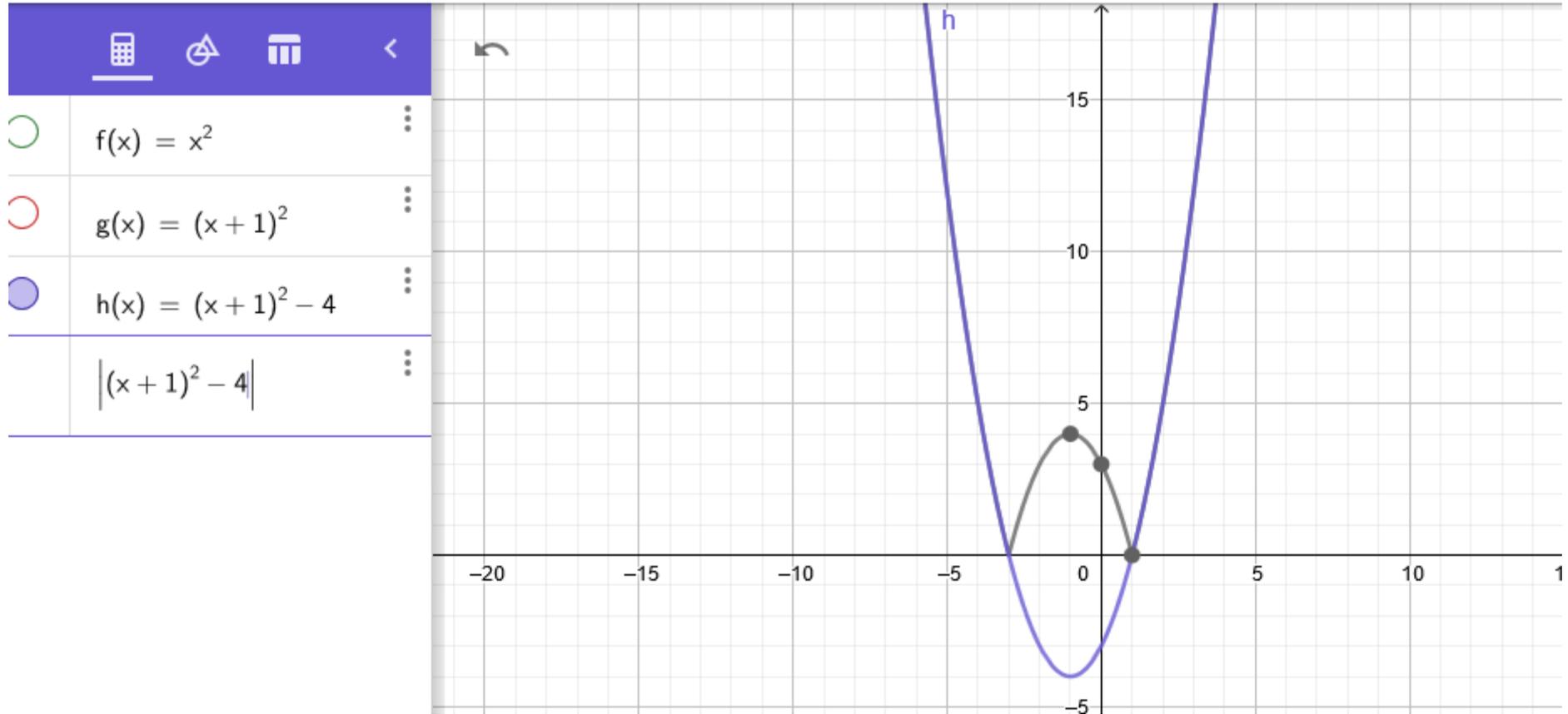
2. Часть графика, лежащую выше оси ОХ оставляем без изменения.

3. Часть графика, лежащую ниже оси ОХ отражаем симметрично относительно оси ОХ.

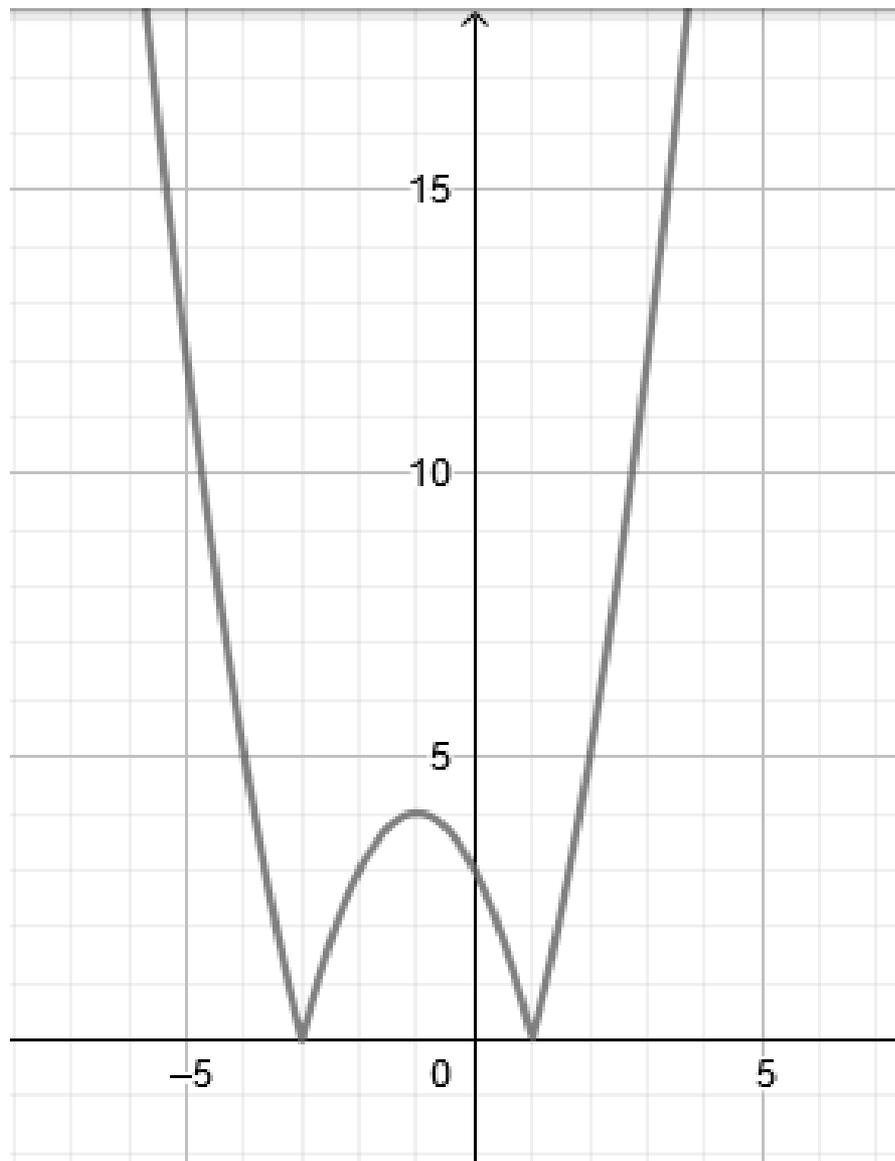
$$y = |(x + 1)^2 - 4|$$



$$y = |(x + 1)^2 - 4|$$



$$y = |(x+1)^2 - 4|$$



$$y = (|x| - 2)^2$$

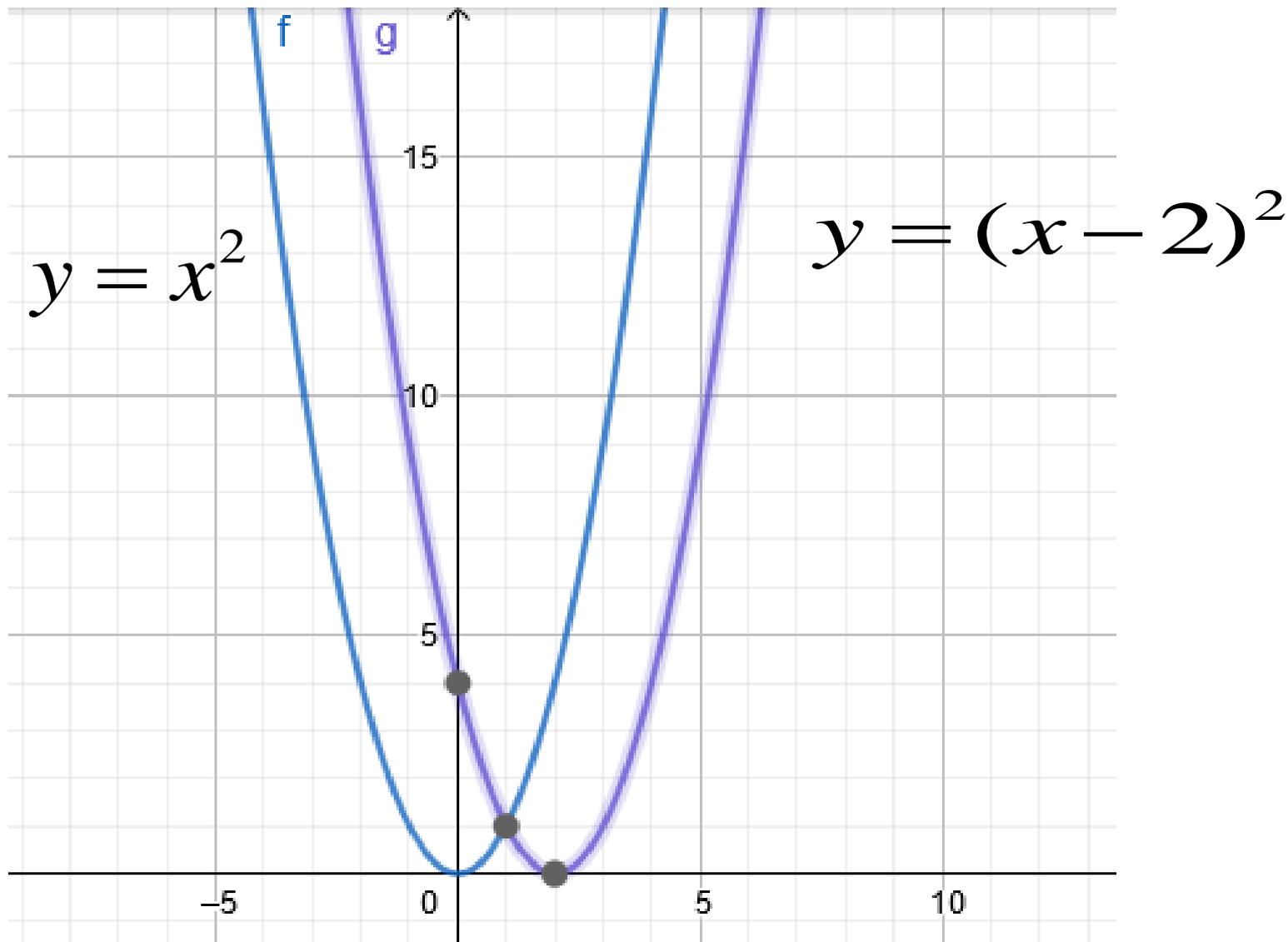
1. Строим график функции $y = (x - 2)^2$

- Построим график функции $y = x^2$
- Сместим его на 2 масштабные единицы вправо по оси OX

2. Часть графика в левой полуплоскости отбрасываем

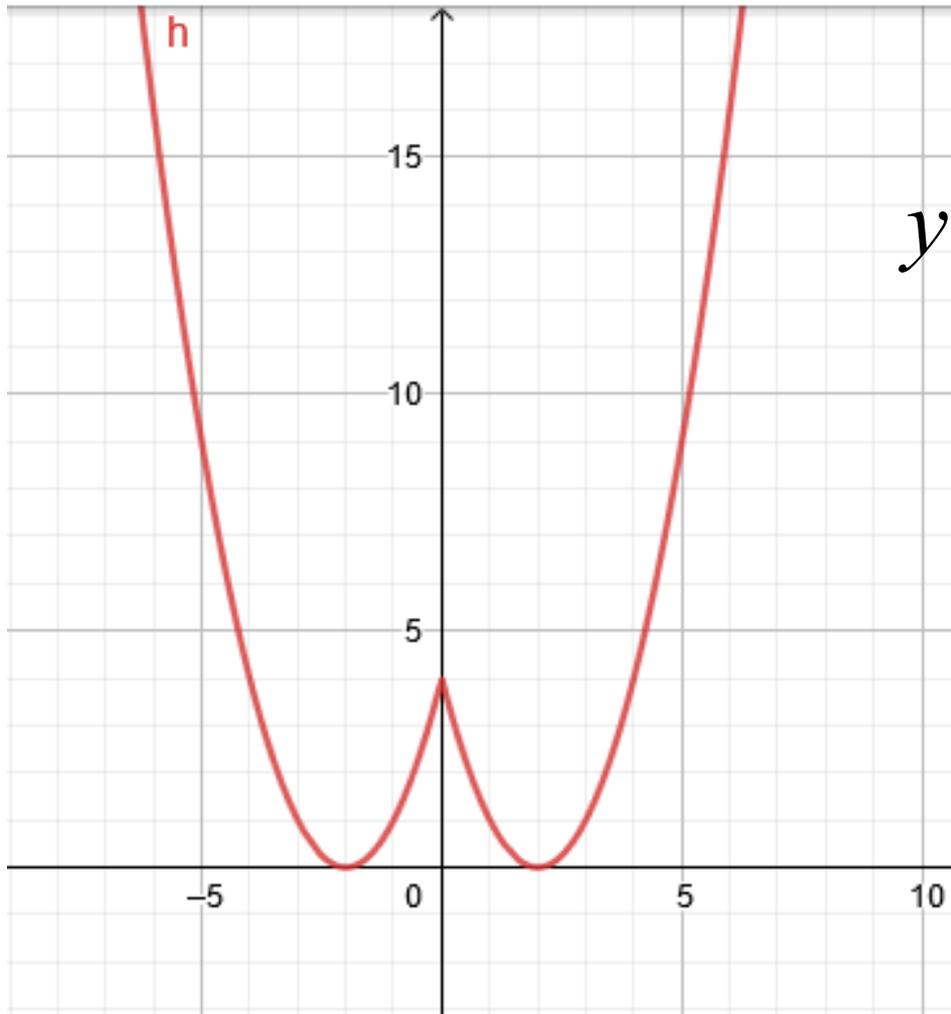
- Часть графика, лежащую в правой полуплоскости отражаем, симметрично относительно оси OY.

$$y = (|x| - 2)^2$$



Часть графика в левой полуплоскости отбрасываем

Часть графика, лежащую в правой полуплоскости отражаем,
симметрично относительно оси OY .



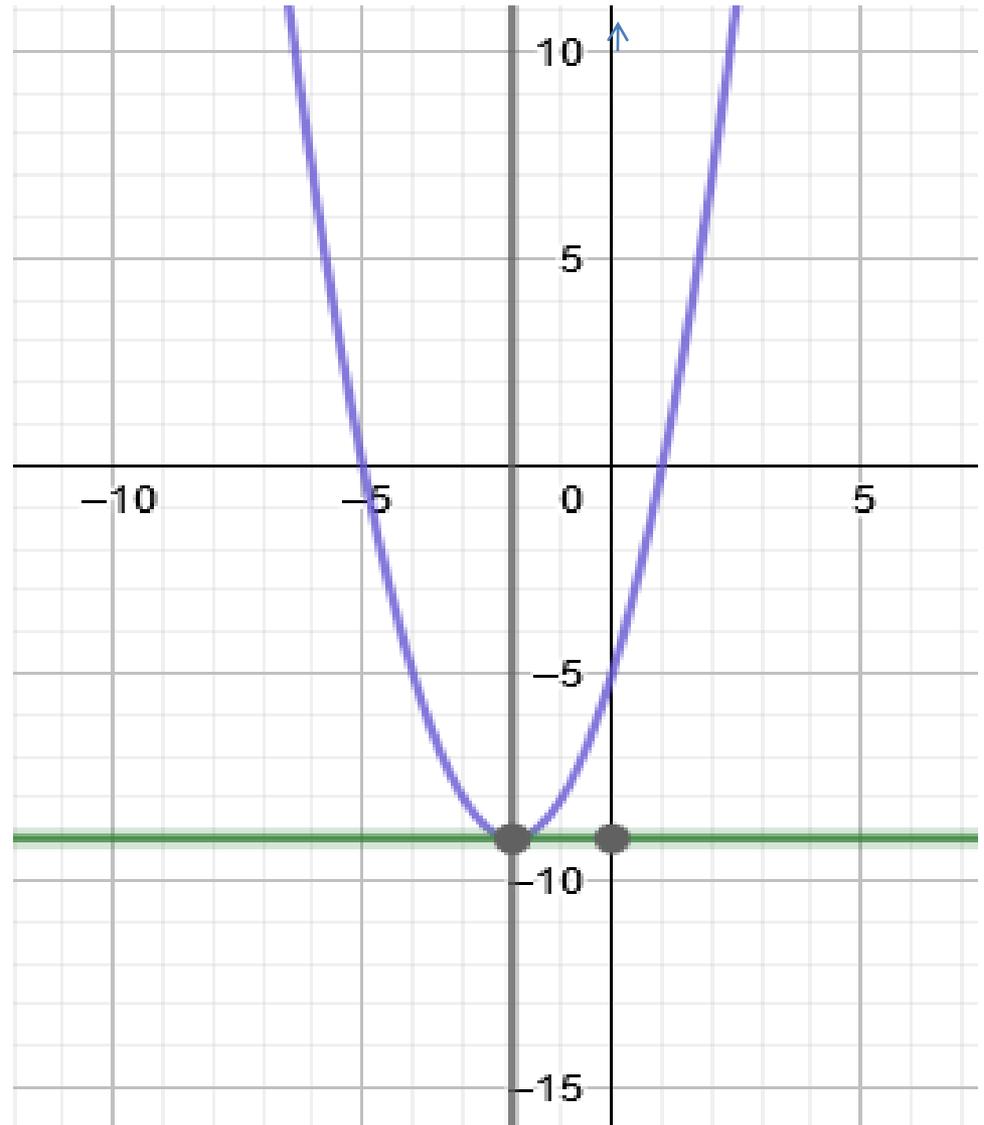
$$y = (|x| - 2)^2$$

Постройте график функции $y = |x^2 + 4x - 5|$. Какое наибольшее число общих точек график данной функции может иметь с прямой, параллельной оси абсцисс? (Сайт СДАМ ГИА: РЕШУ ОГЭ)

1. Построим график функции $y = x^2$ в новой системе координат, где начало координат будет совпадать с координатами вершины параболы
2. Найдем координаты вершины параболы по формулам $x_0 = \frac{-b}{2a}$ $y_0 = y(x_0)$
3. Получим : (-4;-9)
4. Отметим точку (-4;-9) на координатной плоскости и проведем через нее вспомогательные прямые $x = -4$ и $y = -9$
5. Найдем некоторые точки графика функции

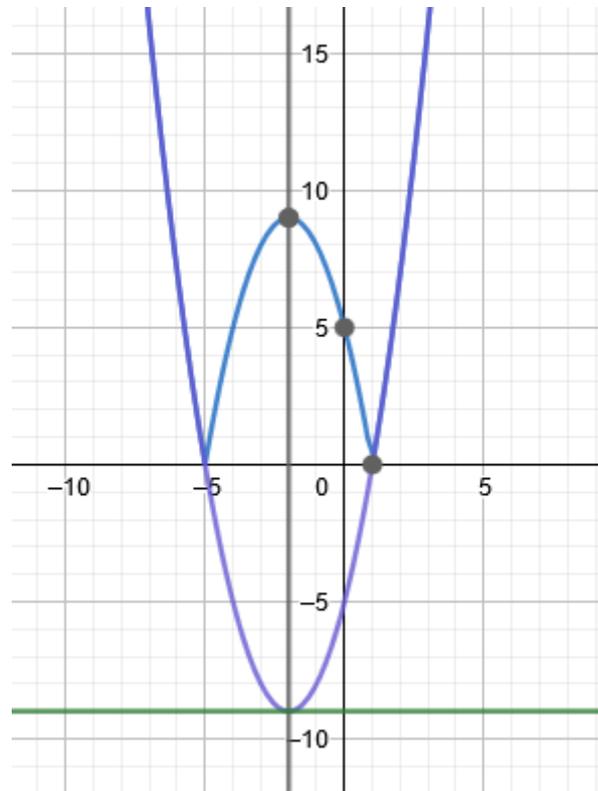
$$y = x^2 + 4x - 5$$

x	0	1	2	3
y	0	1	4	9



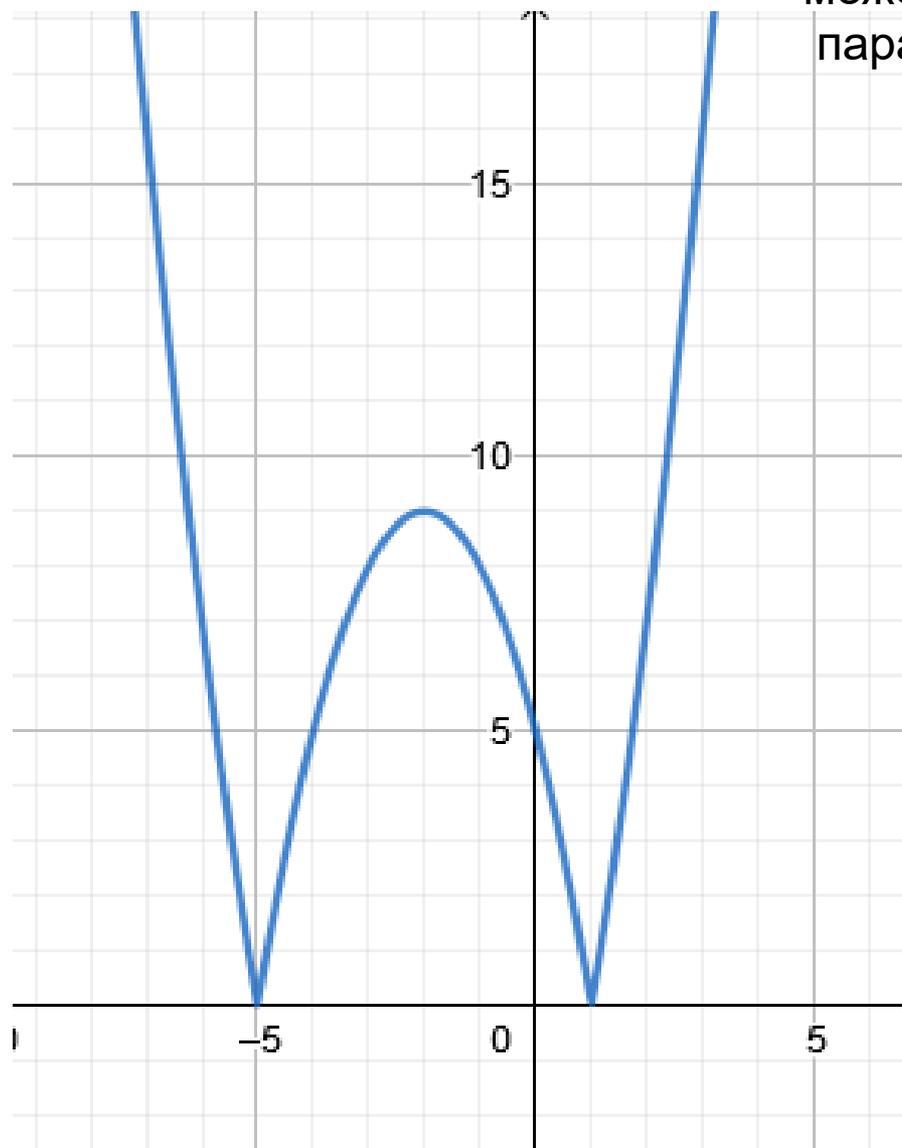
$$y = |x^2 + 4x - 5|$$

1. Часть графика, лежащую выше оси Ox оставляем без изменения.
2. Часть графика, лежащую ниже оси Ox отражаем симметрично относительно оси Ox .



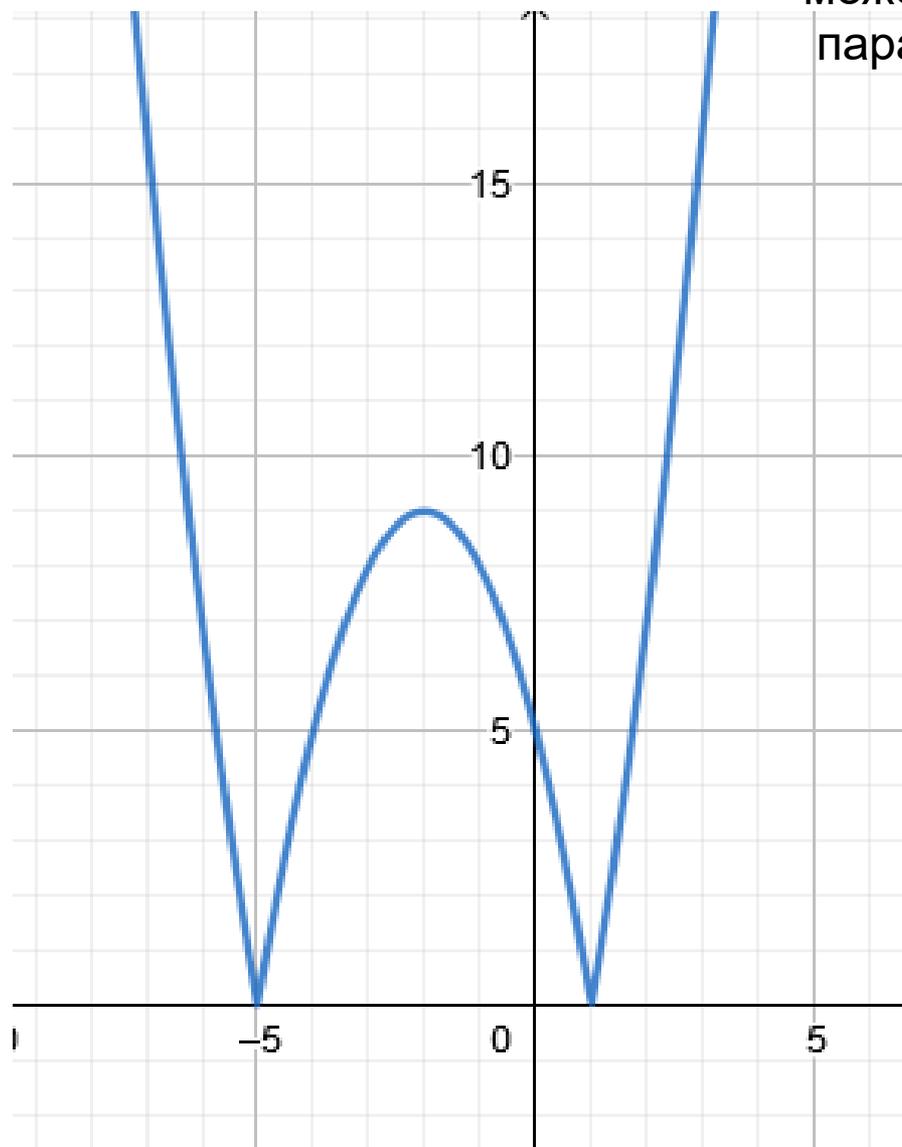
$$y = |x^2 + 4x - 5|$$

Какое наибольшее число
общих точек график данной функции
может иметь с прямой,
параллельной оси абсцисс?

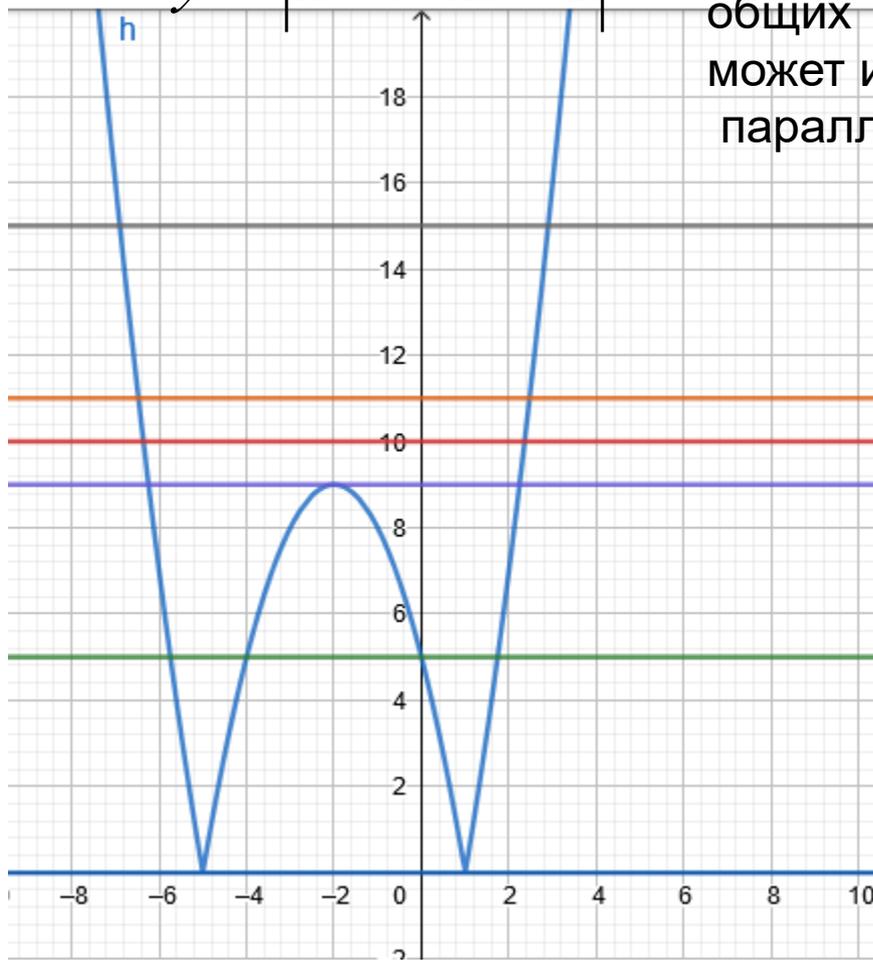


$$y = |x^2 + 4x - 5|$$

Какое наибольшее число
общих точек график данной функции
может иметь с прямой,
параллельной оси абсцисс?



$$y = |x^2 + 4x - 5|$$



Какое наибольшее число
общих точек график данной функции
может иметь с прямой,
параллельной оси абсцисс?

ИСТОЧНИКИ

1. Мордкович, Александрова, Мишустина: Алгебра. 8 класс. Учебник. В 2-х частях. ФГОС. Издательство: Мнемозина, 2019 г.
2. Мордкович, Семенов: Алгебра. 9 класс. Учебник. В 2-х частях. ФГОС. Издательство: Мнемозина, 2019 г.
3. Практикум. Алгебра: уравнения, неравенства, системы: учеб. Пособие для учащихся 8-11 классов. Изд 4-е./ О.И. Чикункова .- Шадринск: Шадр.Дом Печати, 2016 – 80 с.
4. Сайт СДАМ ГИА: РЕШУ ОГЭ

Спасибо за внимание!